

**О.Б. БІЛОЦЕРКІВСЬКИЙ**, канд. техн. наук, **Н.В. ШИРЯЄВА** (м. Харків)

## **РОЗРОБКА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИРОБНИЦТВА ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В УКРАЇНІ ЗА 2000-2005 Р.Р.**

*Електроенергетика є однієї зі стратегічно важливих галузей промисловості України. В статті досліджено виробництво електроенергії в Україні за 2000-2005 р.р., розроблено математичну модель, визначено тісноту та значимість зв'язку між ознаками, отримано точковий та інтервальний прогноз щодо виробництва електроенергії в 2009 році.*

*The power industry is one of the most important branches of the Ukrainian industry. This paper presents the research of power generation in Ukraine during the 2000-2005. The mathematical model is developed. The connection closeness and significance between the attributes are defined. The point prediction and interval prediction of power generation are obtained for 2009.*

### **Вступ**

Електроенергетика – це базова галузь національної економіки, стабільність роботи якої для розвитку країни має особливе значення. Вона впливає не тільки на розвиток народного господарства, а і на територіальну організацію продуктивних сил [1]. Будівництво могутніх ліній електропередач дає можливість освоювати паливні ресурси незалежно від віддалення районів споживання. Електроенергетика також має велике районне значення. Україна має значні запаси камінного та бурого вугілля, невеликі родовища нафті та природного газу, проте власні паливні ресурси забезпечують лише 58 % потреб країни, інша їх частина поступає із Росії та Туркменістану [1]. Тому актуальними є дослідження виробництва електроенергії в Україні в його розвитку за часом та прогноз щодо виробництва у 2009 році.

Це завдання вирішується побудовою та аналізом рядів динаміки [2-4]. При аналізі рядів динаміки важливо виявити загальну тенденцію розвитку (тренд) виробництва електроенергії. Ця задача в статистиці називається вирівнюванням динамічних рядів [2-4]. До способів і методів вирівнювання динамічних рядів

можуть бути віднесені такі [2-4]: збільшення інтервалів, визначення ковзкої середньої, аналітичне вирівнювання. Використання в аналізі рядів динаміки способу збільшення інтервалів та методу ковзної середньої дозволяє виявити тренд для його опису, але отримати узагальнюючу статистичну оцінку тренду цими підходами неможливо [2]. Тому вирішення цієї задачі – вимір тренда – досягається методом аналітичного вирівнювання.

## 1. Постановка задачі

За даними Держкомстату виробництво електроенергії в Україні за 2001–2005 рр. на кінець відповідного року складає, млрд.кВт.год. [5] (табл.1).

Таблиця 1 - Виробництво електроенергії в Україні за 2001–2005 рр.

Рік	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Виробництво електроенергії	171	173	174	180	182	186

Необхідно визначити: а) вид лінії тренду, б) параметри рівняння регресії ліній тренду, в) точковий та інтервальний прогноз щодо виробництва електроенергії в Україні в 2009 році, г) тісноту та значимість зв'язку між показниками.

## 2. Методологія

Для вирівнювання динамічних рядів використовується *метод аналітичного вирівнювання*. В основі методу лежить встановлення функціональної залежності рівнів ряду від часу  $Y_t = f(t)$  з використанням кореляційно-регресивного аналізу. При цьому на практиці застосовуються найчастіше математичні функції такого виду: лінійна  $Y_t = a_0 + a_1 t$ ; параболічна  $Y_t = a_0 + a_1 t^2$ ; гіперболічна  $Y_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}$ ; степенева  $Y_t = a_0 a_1^t$ , де  $a_0, a_1$  –

параметри, які знаходяться методом найменших квадратів,  $t$  – порядковий номер періоду.

Розрахунок параметрів математичних функцій здійснюється методом найменших квадратів (МНК) [2-4]. Він дає можливість знайти ту залежність, яка найближче проходить до точок фактичних даних на графіку в осях координат “ $t$ – $y$ ”, тобто дає найменшу суму квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки у від вирівняних (теоретичних) значень  $Y_t$ :

$$\sum (y - Y_t)^2 = \min. \quad (1)$$

На основі цієї умови отримують систему нормальних рівнянь для розрахунку параметрів  $a_0, a_1$ , де в якості фактора  $x$  виступає час  $t$ .

В практичній діяльності може виникнути необхідність інтерполяції або екстраполяції рядів динаміки [2-4].

На практиці результат екстраполяції прогнозованих рівнів соціально-економічних явищ звичайно виконують інтервальними оцінками. Для визначення меж інтервалів використовується інтервальна нерівність [2-4]:

$$Y_t - t_1 \sigma_\varepsilon \leq Y_{np} \leq Y_t + t_1 \sigma_\varepsilon, \quad (2)$$

де  $t_1$  – коефіцієнт довіри за розподілом Ст’юдента,  $\sigma_\varepsilon$  – залишкове середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y - Y_t)^2}{(n - m)}}$ ,  $n$  – кількість рівнів розглянутого (базисного) ряду динаміки,  $m$  – кількість параметрів теоретичної залежності тренду,  $(n - m)$  – число ступенів вільності,  $Y_t$  – дискретне (точкове) значення прогнозного рівня.

Тіснота зв’язку між ознаками оцінюється за допомогою таких характеристик: коефіцієнт детермінації та коефіцієнт кореляції [2-4].

Коефіцієнт детермінації розраховується за формулою:

$$R^2 = \frac{\sum (Y_t - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}. \quad (3)$$

Коефіцієнт кореляції має вигляд:

$$r = \sqrt{R^2}. \quad (4)$$

Оцінка значимості зв'язку здійснюється з використанням  $F$  – критерію Фішера і  $t$  – критерію Ст'юдента [2-4].

$F$  – критерій Фішера розраховується за формулою:

$$F = \frac{\sum (Y_t - \bar{y})^2}{1} : \frac{\sum (y - Y_t)^2}{(n - 2)}, \quad (5)$$

де 1,  $(n-2)$  – число ступенів вільності чисельника і знаменника залежності.

$t$  – критерій Ст'юдента має вигляд:

$$t = R \sqrt{\frac{n - 2}{1 - R^2}}. \quad (6)$$

### 3. Результати дослідження

Загальне уявлення про характер тенденції зміни явища можна отримати із графічного зображення ряду динаміки (см. рис. 1). Із графіка видно, що фактичні дані ряду динаміки (точки на рис. 1) розміщені близько до прямої лінії. Тоді вирівнювання ряду динаміки здійснюється за прямою, яка описується рівнянням тренду у вигляді функції  $Y_t = a_0 + a_1 t$ , де  $a_0, a_1$  – параметри рівняння тренду,  $t$  – порядковий номер періодів часу.

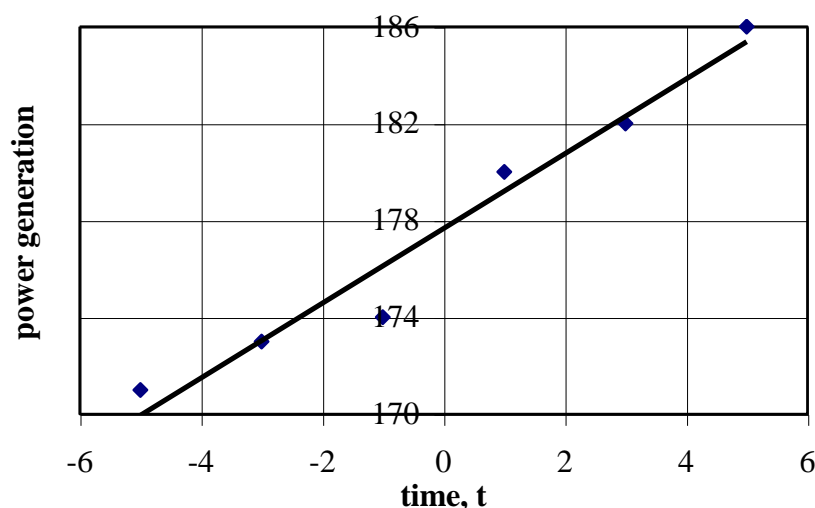


Рис. 1. Виробництво електроенергії в Україні за 2000-2005.

Рівняння, що описує пряму лінію тренду, має такий вигляд:

$$Y_t = 177,67 + 1,54t.$$

Визначимо точковий і інтервальний прогнози на 2009 рік, скориставшись рівнянням тренду. Для 2009 року  $t=13$ . Отже, за точковим прогнозом на 2009 роки виробництво електроенергії в Україні становитиме:

$$Y_t = 177,67 + 1,54t = 177,67 + 1,54 \cdot 13 = 197,69 \text{ млрд.кВт.год.}$$

Для встановлення інтервального прогнозу на 2009 рік скористаємося залежністю (2). Визначимо залишкове середнє квадратичне відхилення з урахуванням отриманих даних при  $n=6$  і  $m=2$ .

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y - Y_t)^2}{(n - m)}} = \sqrt{\frac{6,705}{6 - 2}} \approx 1,295.$$

Коефіцієнт довіри  $t_1$  вибирається з статистичних таблиць  $t$ -розподілу Ст'юдента в залежності від рівня значимості  $\alpha = 0,05$  і числа ступенів вільності  $(n-m) = 6-2=4$ :  $t_1=2,77$  [4]. Тоді прогнозне значення виробництва електроенергії в Україні (млрд.кВт.год) у 2009 році з ймовірністю 95% буде знаходитися в межах:  $194,1 \leq Y_{np} \leq 201,28$ .

Оцінимо тісноту зв'язку між ознаками. Визначимо коефіцієнти детермінації (3) та кореляції (4):

$$R^2 = \frac{\sum (Y_t - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = \frac{166,02}{173,3334} = 0,9578.$$

$$r = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,9578} = 0,979.$$

Оскільки  $R^2 = 0,9578$ ,  $r = 0,979$ , то кореляційний зв'язок між ознаками тісний.

Значимість зв'язку за допомогою  $F$  – критерію Фішера розраховується за формулою (5):

$$F = \frac{\sum (Y_t - \bar{y})^2}{1} \cdot \frac{(n - 2)}{\sum (y - Y_t)^2} = \frac{166,02}{1} \cdot \frac{4}{6,7054} = \frac{664,08}{6,7054} = 99,04.$$

$$F = 99,04 > F_{табл} = 7,71.$$

Так як  $F > F_{табл}$ , то це означає достатню значимість зв'язку між даними ознаками.

Дамо оцінку значимості коефіцієнта кореляції  $R$  за допомогою  $t$  – критерію Ст'юдента (6):

$$t = R \sqrt{\frac{n-2}{1-R^2}} = 0,979 \sqrt{\frac{6-2}{1-0,9578}} = 9,53.$$

$$t = 9,53 > t_{табл} = 2,77.$$

Так як  $t > t_{табл}$ , то це свідчить про значимість коефіцієнта кореляції та істотний зв'язок між ознаками.

### Висновки

1. За даними про виробництво електроенергії в Україні визначено вид лінії тренду: лінійна функція.

2. Отримано параметри рівняння регресії лінії тренду:  $a_0 = 177,67$ ,  $a_1 = 1,54$ . Це означає, що кожен рік виробництво електроенергії зростає на 1,54 млрд.кВт.год.

3. Зроблено точковий та інтервальний прогноз щодо виробництва електроенергії в Україні в 2009 році. За точковим прогнозом виробництво електроенергії становитиме  $Y_{np} = 197,69$  млрд.кВт.год. За інтервальним прогнозом виробництво електроенергії в Україні в 2009 році з ймовірністю 95% буде знаходитися в межах:  $194,1 \leq Y_{np} \leq 201,28$  млрд.кВт.год.

4. Оцінено тісноту та значимість зв'язку між ознаками. Значення коефіцієнтів детермінації та кореляції свідчать про достатню тісноту зв'язку між ознаками. Оскільки  $F > F_{табл}$ , то вибіркова сукупність і зв'язок між ознаками є значимим. Так як  $t > t_{табл}$ , то це свідчить про значимість коефіцієнта кореляції та істотний зв'язок між ознаками.

**Список літератури:** 1. Экономика: Информация об Украинском государстве: Украина промышленная // <http://www.ukrindustrial.com/ukraine/>. 2. Лугінін О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с. 3. Бек В.Л. Теорія статистики: Навч. посібник. – К.: ТОВ “Центр учбової літератури”, 2002. – 288 с. 4. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2005. – 520 с. 5. <http://www.ukrstat.gov.ua>.